4. TEORIA DELLE PROVE CON MODELLI DI CARENE

Volendo condurre una sperimentazione su un modello di carena occorrerà assicurarsi che sul modello esista lo stesso numero di onde che sono presenti sulla nave; a questo scopo sarà sufficiente che la lunghezza delle onde relative al modello, indicata con $\mathcal{L}$, sia in similitudine geometrica con quella delle onde in vera grandezza, indicata con $\mathcal{L}'$.

Le onde generate dalla nave, essendo legate alle pressioni nel fluido che circonda la carena, si muovono assieme ad essa ed hanno quindi velocità di propagazione pari alla velocità della nave V′.

Ricordando che la velocità di propagazione di un'onda, detta anche celerità $\mathcal{C}$, è legata alla lunghezza d'onda $\mathcal{L}$ dalla relazione:

$$\mathcal{C} = \sqrt{\frac{g\,\mathcal{L}}{2\,\pi}}$$

occorrerà che risulti:

$$\mathcal{C}' = V' = \sqrt{\frac{g'\,\mathcal{L}'}{2\,\pi}}$$

ed anche

$$\mathcal{C} = V = \sqrt{\frac{g\,\mathcal{L}}{2\,\pi}}$$

Se sulla carena esiste un numero n di onde, la loro lunghezza dovrà risultare:

$$\mathcal{L}' = \frac{L'_{WL}}{n}$$

per il modello risulterà analogamente:

$$\mathcal{L} = \frac{L_{WL}}{n}$$

e sostituendo questi due valori nelle espressioni della velocità si ottiene rispettivamente:

$$\mathcal{C}' = V' = \sqrt{\frac{g'\,L'_{WL}}{2\,\pi\,n}} \qquad [4.1]$$

ed anche

$$\mathcal{C} = V = \sqrt{\frac{g\,L_{WL}}{2\,\pi\,n}} \qquad [4.2]$$

Riscrivendo le due equazioni precedenti in maniera differente dovrà risultare:

$$\frac{V'}{\sqrt{g'\,L'_{WL}}} = \frac{1}{\sqrt{2\,\pi\,n}}$$

$$\frac{V}{\sqrt{g\,L_{WL}}} = \frac{1}{\sqrt{2\,\pi\,n}}$$

cioè:

$$Fn' = Fn$$

Facendo il rapporto delle equazioni [4.1] e [4.2] si ottiene inoltre:

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{g'}{g}\,\frac{L'_{WL}}{L_{WL}}} = \sqrt{\frac{g'}{g}\,\lambda}$$

che altro non è che l'equazione [2.7] che era stata ricavata per la similitudine di Froude.

Se vogliamo quindi che il nostro modello rappresenti correttamente la formazione ondosa presente sulla carena in vera grandezza dobbiamo operare in similitudine di Froude; la velocità V del modello dovrà essere quindi ricavata dall'equazione [2.7].

Lavorando in similitudine di Froude anche la velocità orbitale delle particelle delle onde, espressa dalla relazione:

$$\mathcal{V}' = \frac{\sqrt{2\,\pi}\;h'}{\sqrt{\frac{\mathcal{L}'}{g'}}} \qquad [4.3]$$

ove con h' si è indicata l'ampiezza dell'onda, sarà legata a quella delle particelle delle onde modello da una legge analoga alla [2.7]; dovrà risultare quindi:

$$\frac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}} = \sqrt{\frac{g'}{g}\,\lambda}$$

ma sostituendo a $\mathcal{V}'$ e a $\mathcal{V}$ le espressioni tratte dalla [4.3] si ottiene la relazione:

$$\frac{h'}{h}\sqrt{\frac{\mathcal{L}}{g}\,\frac{g'}{\mathcal{L}'}} = \sqrt{\frac{g'}{g}\,\lambda}$$

che, sostituendo il fattore di scala al rapporto tra le lunghezze d'onda, si trasforma nella:

$$\frac{h'}{h}\sqrt{\frac{g'}{g}\,\frac{1}{\lambda}} = \sqrt{\frac{g'}{g}\,\lambda}$$

dalla quale si ricava:

$$\frac{h'}{h} = \lambda$$

Si può osservare quindi che, impiegando la similitudine di Froude anche le altezze delle onde che accompagnano il modello della nave sono in similitudine geometrica.

Abbiamo quindi la conferma che, sperimentando in similitudine di Froude, la resistenza d'onda della carena in vera grandezza viene rappresentata correttamente da quella del modello. Tuttavia nel capitolo scorso si è visto che la resistenza totale di una carena non dipende esclusivamente dal numero di Froude, ma anche dal numero di Reynolds. Una corretta sperimentazione su modello di carena dovrebbe quindi garantire l'eguaglianza del numero di Reynolds e di quello di Froude, realizzando simultaneamente le due similitudini corrispondenti. È stato però dimostrato che ciò è impossibile dal momento che l'unico rapporto di scala che consentirebbe il rispetto di entrambe le similitudini è $\lambda = 1$.

4.1 IPOTESI DI FROUDE

William Froude fu il primo a studiare il problema della scarsa accuratezza delle previsioni del comportamento delle carene ottenute sulla base delle prove sui modelli; nel 1868 egli elaborò una ipotesi che è ancora oggi alla base di tutte le sperimentazioni su modelli di carena.

Froude ipotizzò che la resistenza totale di una carena potesse essere scomposta in due parti; la prima, la resistenza d'attrito, dipendente esclusivamente dal numero di Reynolds, la seconda, detta resistenza residua, funzione del solo numero di Froude. Ciò equivale ad ipotizzare che le due componenti non si influenzino a vicenda. Oggi sappiamo che questa ipotesi non è corretta e si sono individuati opportuni correttivi in modo da consentire di ricavare comunque risultati accettabili dalla sperimentazione.

Il metodo proposto da William Froude per la previsione della resistenza totale di carene in vera grandezza, basandosi sui dati raccolti con la sperimentazione sui modelli, era il seguente:

1) si costruiva il modello della carena secondo la scala lineare λ;

2) esso veniva rimorchiato nella vasca navale ad una velocità tale da garantire l'eguaglianza del numero di Froude per il modello Fn_M e per la nave Fn_S e si misurava la resistenza totale del modello R_{TM};

3) si calcolava la resistenza d'attrito del modello R_{FM} assumendola eguale a quella di una lastra piana di eguale lunghezza e superficie bagnata;

4) si calcolava la resistenza residua del modello R_{RM} sottraendo la resistenza d'attrito R_{FM} da quella totale R_{TM}:

$$\mathrm{R}_{RM} = \mathrm{R}_{TM} - \mathrm{R}_{FM}$$

5) si calcolava la resistenza residua della nave R_{RS}, in base al principio di similitudine, dalla relazione:

$$\mathrm{R}_{RS} = \mathrm{R}_{RM}\ \lambda^3$$

6) si calcolava la resistenza d'attrito della nave R_{FS}, sempre assumendola pari a quella di una lastra piana equivalente, utilizzando il coefficiente di resistenza d'attrito corrispondente al numero di Reynolds della nave;

7) si calcolava la resistenza totale della nave sommando le due componenti ricavate sopra:

$$R_{TS} = R_{RS} + R_{FS}$$

Questo metodo di estrapolazione della resistenza da modello a nave è ancora utilizzato da tutte le vasche navali, sebbene le resistenze d'attrito del modello e della nave non vengano più calcolate in base alla lastra piana equivalente.

4.2 FORMULAZIONI DEL COEFFICIENTE D'ATTRITO

William Froude, che per primo individuò la necessità di calcolare la resistenza d'attrito delle carene, rimorchiò nella vasca di Torquay 7 lastre piane di lunghezza compresa tra $0.3 \div 15.24$ m; sulla base dei risultati di queste prove ritenne di poter esprimere la resistenza d'attrito con la formula:

$$R_F = f\,S\,V^n \qquad [4.4]$$

dove f rappresenta il coefficiente d'attrito, che Froude ritenne indipendente dalla velocità e decrescente al crescere della lunghezza della lastra, S la superficie della lastra, V la velocità alla quale essa era rimorchiata ed n un coefficiente numerico minore di 2.

I coefficienti d'attrito f, ricavati da W. Froude, erano relativi alle lastre che egli aveva provato alla vasca e pertanto il calcolo della resistenza d'attrito relativa ad una carena in vera grandezza richiedeva un fortissima estrapolazione del valore del coefficiente f.

All'epoca in cui Froude condusse i suoi studi (1874) non era ancora noto l'effetto della temperatura sulla viscosità dell'acqua, di conseguenza egli non tenne conto di questo parametro durante i suoi esperimenti né indicò la temperatura dell'acqua della vasca in cui condusse gli esperimenti rendendo in pratica inutilizzabili i suoi risultati.

Robert Froude, che continuò gli studi del padre, assegnò ad n il valore 1.825 e determinò altri valori del coefficiente f (1888). Nel 1935 la conferenza dei responsabili delle vasche navali europee (ICSTS = International Conference of Ship Tank Superintendents) stabilì di adottare i coefficienti d'attrito ottenuti da R. Froude e di esprimere la resistenza d'attrito con la formula:

$$R_F = \left[\frac{0.0008125 + 0.0049374}{8.8 + 3.281\,L} \right] S\,V^{1.825} \qquad [4.5]$$

per l'acqua salata, e con la formula:

$$R_F = \left[\frac{0.0007911 + 0.0048207}{8.8 + 3.281\,L} \right] S\,V^{1.825} \qquad [4.6]$$

per l'acqua dolce; in entrambe le formule si ha:

R_F = resistenza d'attrito [kN]	L = lunghezza [m]
S = superficie bagnata [m^2]	V = velocità [m/s]

Le formule sopra riportate sono valide per una temperatura standard di 15° C ed i risultati vanno corretti diminuendoli od aumentandoli dello 0.43% per ogni grado centigrado in più od in meno della temperatura dell'acqua.

Nel 1932 Schoenherr elaborò numerose esperienze condotte su lastre piane da diversi ricercatori e ritenne di poter approssimare i dati di cui era in possesso con la formula:

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_F}} = \log(\mathrm{Rn}\ C_F) \qquad [4.7]$$

che, nel 1947, fu prescelta come linea d'attrito standard dalla American Towing Tank Conference (ATTC) e denominata linea ATTC '47. In quella stessa occasione venne deciso di introdurre una correzione pari a $+0.0004$, da applicare al coefficiente di attrito della carena in vera grandezza, per tener conto della rugosità della stessa che a quei tempi era notevole dal momento che le lamiere dello scafo erano collegate mediante chiodatura. I valori del coefficiente C_F proposto da Schonherr, in funzione del numero di Reynolds, sono riportati in [4.1].

Negli anni seguenti si svilupparono ulteriori studi sulla resistenza d'attrito e si cominciò ad avvertire che la linea ATTC '47 non era sufficientemente ripida ai bassi numeri di Reynolds, corrispondenti ai modelli di taglia piccola; ciò comportava discrepanze nella previsione della resistenza a seconda della dimensione del modello utilizzato per le prove in vasca.

Dal 1952 al 1954 Hughes condusse numerose esperienze su lastre piane ed, in base a queste, egli ottenne una curva che forniva il minimo coefficiente di attrito, in regime turbolento, di una superficie piana e liscia in un campo di moto bidimensionale; la curva è rappresentata dall'equazione:

$$C_{F0} = \frac{0.066}{(\log \mathrm{Rn} - 2.03)^2} \qquad [4.8]$$

Le previsioni ottenute sulla base di prove alla vasca avevano raggiunto un livello di precisione ritenuto a quel tempo soddisfacente, anche se quasi tutte le vasche applicavano una correzione alle previsioni ottenute con il metodo di Froude; tale correzione veniva ricavata in base alle differenze tra la resistenza riscontrata nelle prove in mare e quella che era stata prevista dalla vasca. Ogni Vasca Navale aveva elaborato, in base alla propria esperienza, un coefficiente correttivo che poteva essere aggiornato ogni volta che si rendesse disponibile il risultato della prova in mare di una carena provata nei propri impianti.

Con l'introduzione della saldatura le carene delle navi erano divenute più lisce e, in conseguenza di ciò, la correzione necessaria per la previsione della resistenza d'attrito di navi lunghe e saldate, era spesso nulla o addirittura negativa. Nel 1957 la ICSTS assunse la denominazione ITTC (International Towing Tank Conference) e propose, come soluzione transitoria, una nuova linea d'attrito, denominata linea ITTC '57; essa risulta più ripida della linea ATTC '47 per valori del numero di Reynolds inferiori a 10^7. Tale linea è rappresentata dall'equazione:

$$C_F = \frac{0.075}{(\log \mathrm{Rn} - 2)^2} \qquad [4.9]$$

L'adozione di questa nuova linea, aumentando la quota di resistenza d'attrito del modello, rispetto alla linea ATTC '47, produceva una previsione di resistenza, per la carena in vera grandezza, di entità minore e quindi ovviava alla necessità di applicare una correzione negativa alla resistenza ottenuta mediante previsione alla vasca.

La ITTC del 1957 fu attenta a definire la linea ITTC '57 "**una soluzione transitoria al problema della determinazione della resistenza d'attrito per soli scopi ingegneristici**", e l'equazione [4.9] fu denominata linea di correlazione nave – modello e non linea d'attrito, anche se convenzionalmente essa viene ormai annoverata tra esse; la conferenza sottolineò il fatto che essa non rappresentava la resistenza d'attrito di superfici piane o curve.

Nella figura [4.1] sono illustrate le linee d'attrito sopra descritte.

Nel 1963 la ITTC stabilì di indicare con il simbolo C_A e di denominare **coefficiente di correlazione nave – modello** il coefficiente da aggiungere, al coefficiente di resistenza ottenuto in base alle prove alla vasca, per ottenere risultati corretti in vera grandezza.

Il coefficiente di resistenza totale della carena nuda venne quindi espresso da allora nel modo seguente:

$$C_{TS} = C_{FS} + C_R + C_A \qquad [4.10]$$

4.3 EFFETTO FORMA

Il problema dell'effetto forma fu sollevato, in forma esplicita, da Hughes che, assieme alla sua linea d'attrito per lastre piane, propose una nuova tecnica per ricavare la resistenza della carena in vera grandezza sulla base delle prove sperimentali sui modelli.

Prima della proposta di Hughes il problema era sentito in modo indiretto, in quanto la previsione della resistenza delle navi molto piene e lente risultava sovrastimata; ciò era dovuto al fatto che la resistenza d'attrito, calcolata allora con la formula ATTC '47, era quella di una lastra piana equivalente, e non teneva quindi in considerazione l'effetto forma legato al percorso tridimensionale del fluido attorno alla carena.

Questo procedimento portava a sottostimare la resistenza d'attrito del modello e faceva in modo che la parte di resistenza d'attrito dovuta all'effetto forma fosse conglobata nella resistenza residua e trasferita, in similitudine di Froude, alla carena in vera grandezza. In questo modo una parte di resistenza d'attrito veniva trasferita in vera grandezza in modo scorretto e ciò portava a sovrastimare la resistenza totale della nave; di qui la necessità di correzioni negative da apportare alle previsioni per riconciliarle con i dati raccolti durante le prove in mare.

La ITTC del 1957 trattò indirettamente questo problema, infatti la linea ITTC '57 produce valori di C_F che sono circa pari ai valori C_{F0} della linea di Hughes, relativa alla lastra piana, con un'aggiunta del 12%. Questa soluzione era però dettata dalla necessità di evitare valori negativi del C_A e non nasceva da considerazioni relative alla forma della carena.

La metodologia suggerita da Hughes si basa sull'assunzione che il coefficiente di resistenza totale possa essere suddiviso in due parti, il coefficiente di resistenza viscosa ed il coefficiente di resistenza d'onda:

$$\mathrm{C}_{TM} = \mathrm{C}_{VM} + \mathrm{C}_{W} \qquad [4.11]$$

Per bassi valori del numero di Froude il termine C_W è molto piccolo e, quando esso diviene trascurabile, la curva del C_{TM} assume un andamento approssimativamente parallelo a quello della linea d'attrito bidimensionale. In queste condizioni il coefficiente di resistenza totale è pari al coefficiente di resistenza viscosa ed il coefficiente di resistenza di forma, dovuto anche alla curvatura dello scafo, viene definito nel modo seguente:

$$1 + \mathrm{k} = \frac{\mathrm{C}_{TM}(\mathrm{Rn}_0)}{\mathrm{C}_{F0}(\mathrm{Rn}_0)} \qquad [4.12]$$

Una volta in possesso del valore del coefficiente k, detto **fattore di forma**, è possibile ottenere il coefficiente di resistenza viscosa per qualsiasi valore del numero di Reynolds:

$$\mathrm{C}_{VM}\ (\mathrm{Rn}) = (\ 1 + \mathrm{k}\ )\ \mathrm{C}_{F0M}\ (\mathrm{Rn}) \qquad [4.13]$$

avendo indicato con C_{F0} il coefficiente di resistenza d'attrito della lastra piana equivalente.

Il fattore di forma tiene conto della forma tridimensionale della carena ed è assunto invariante rispetto al numero di Reynolds ed alla scala; in altre parole si suppone che il fattore di forma ricavato in questo modo sia valido per tutto il campo di velocità e che esso possa applicarsi anche alla carena in vera grandezza senza modifiche.

Il coefficiente di resistenza totale della carena nuda, secondo questa formulazione, risulta quindi:

$$\mathrm{C}_{TS} = (\ 1 + \mathrm{k}\ )\ \mathrm{C}_{F0S} + \mathrm{C}_W + \mathrm{C}_A \qquad [4.14]$$

È ovvio che il valore del coefficiente C_A varia a seconda del metodo di correlazione modello $-$ nave che viene impiegato.

La ITTC del 1978 ha riconosciuto la validità dell'utilizzo del fattore di forma, ma lo ha definito a partire dal coefficiente di attrito ITTC '57, pertanto l' equazione [4.12] si trasforma nella:

$$1 + \mathrm{k'} = \frac{\mathrm{C}_{TM}(\mathrm{Rn}_0)}{\mathrm{C}_{F57M}(\mathrm{Rn}_0)} \qquad [4.15]$$

e le equazioni [4.13] e [4.14] divengono:

$$\mathrm{C}_{VM}\ (\mathrm{Rn}) = (\ 1 + \mathrm{k'}\ )\ \mathrm{C}_{F57M}\ (\mathrm{Rn}) \qquad [4.16]$$

$$\mathrm{C}_{TS} = (\ 1 + \mathrm{k'}\ )\ \mathrm{C}_{F57S} + \mathrm{C}_W + \mathrm{C}_A \qquad [4.17]$$

Questo procedimento è perfettamente lecito dal punto di vista operativo, ma priva il fattore di forma di una parte del proprio significato, dal momento che la linea di riferimento per la sua determinazione non è una linea d'attrito relativa a lastre piane, ma una linea ibrida definita arbitrariamente.

È ovvio che i valori assunti da k e k' sono differenti, ma il coefficiente di resistenza totale della nave ricavato con i due differenti approcci è lo stesso a patto che si utilizzi un procedimento coerente.

È quindi necessario che:

– chi procede alla determinazione sperimentale del fattore di forma non manchi di indicare la linea d'attrito che è stata assunta a fondamento del calcolo;

– chi utilizza fattori di forma ricavati da altri si accerti della metodologia che è stata utilizzata per la determinazione.

4.4 BIBLIOGRAFIA

[4.1]
Todd F.H.
Tables of coefficients for ATTC model ship correlation and Kinematic viscosity and density for fresh and salt water.
SNAME T&R Bulletin NO. 1-25, 1964

Fig. 4.1 Coefficienti d'attrito